SOLUZIONE QUESITO 1

La funzione data è definita e continua nell'insieme $(-\infty;\ 1) \cup (1;+\infty)$ per ogni valore reale di k.
Essa non ammette asintoti verticali solo se il suo limite per $x \to 1$ è finito.
Questo avviene se $\lim_{x\to 1} g(x)$ presenta una forma indeterminata del tipo $\frac{0}{0}$, ovvero solo se il polinomio $(k-1)x^3 + kx^2 - 3$ è divisibile per $x - 1$, ovvero, per il teorema di Ruffini, se $x = 1$ è radice di $(k-1)x^3 + kx^2 - 3$.
Richiediamo dunque che

$$(k-1)\cdot(1)^3 + k\cdot(1)^2 - 3 = 0$$

Risolvendo si ottiene

$$k - 1 + k - 3 = 0$$

$$2k - 4 = 0$$

$$k = 2$$

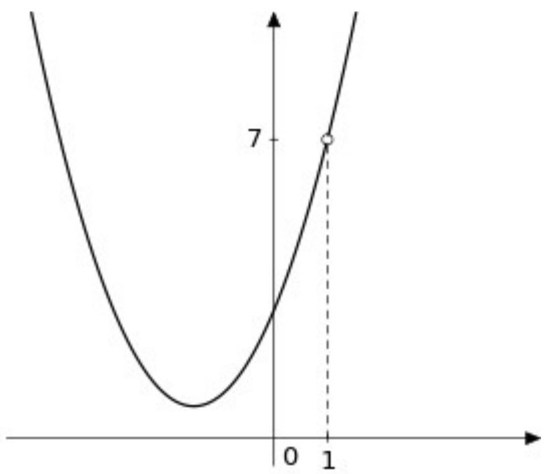
Per qualsiasi altro valore di k la funzione ha un asintoto verticale di equazione $x = 1$.
Per $k = 2$ la funzione non presenta altri asintoti, perché assume la seguente forma:

$$g(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 3}{x - 1}$$

per cui si ha $\lim_{x\to\pm\infty} g(x) = +\infty$ e $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{g(x)}{x} = \pm\infty$.
Dunque la funzione non ammette alcun asintoto solo nel caso in cui $k = 2$.

Considerando nuovamente i limiti calcolati in precedenza per $x \to -\infty$ e per $x \to +\infty$, possiamo dedurre che la funzione g ammette asintoti obliqui solo se $k = 1$ perché per tale valore la funzione è un infinito di ordine 1 e il coefficiente angolare dell'asintoto vale 1.
Per rappresentare graficamente la funzione g per $k = 2$ osserviamo che

$$g(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 3}{x - 1} = x^2 + 3x + 3 \quad (per\ x \neq 1):$$



Per $k = 1$ abbiamo invece

$$g(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 1}:$$