SOLUZIONE QUESITO 4

Scriviamo le equazioni parametriche della retta passante per i punti A e B considerando tale retta generata dal vettore $B - A = (2, 2, 0)$:

$$r: A + t(B - A) = \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 \end{cases}, t \in \mathbf{R}.$$

Il punto della retta r equidistante da C e da D è un punto P di coordinate $(-2 + 2t, 2t, 1)$ tale per cui

$$d(P, C) = d(P, D)$$

ovvero, utilizzando la formula per la distanza tra due punti nello spazio,

$$\sqrt{(-2 + 2t - 5)^2 + (2t - 1)^2 + (1 + 2)^2} = \sqrt{(-2 + 2t - 1)^2 + (2t - 3)^2 + (1 - 4)^2}$$

Elevando al quadrato i membri e sviluppando i calcoli abbiamo

$$(-7 + 2t)^2 + (2t - 1)^2 + 9 = (-3 + 2t)^2 + (2t - 3)^2 + 9$$

$$49 - 28t + 4t^2 + 4t^2 - 4t + 1 = 9 - 12t + 4t^2 + 4t^2 - 12t + 9$$

$$12t + 12t - 28t - 4t = 9 + 9 - 49 - 1$$

$$-8t = -32$$

$$t = 4.$$

Dunque il punto cercato è il punto della retta che si ottiene sostituendo $t = 4$ nelle equazioni parametriche della retta r, ed è quindi il punto $P(6, 8, 1)$.