SOLUZIONE QUESITO 7

a. Siccome l'urto è centrale, possiamo considerare le componenti delle velocità lungo la retta in cui le sfere si muovono, orientata nel verso in cui si muove la prima sfera inizialmente.
Se l'urto è perfettamente elastico si conservano la quantità di moto totale e l'energia cinetica:

$$\begin{cases} mv = mv_{1f} + 3mv_{2f} \\ \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_{1f}^2 + \frac{3}{2}mv_{2f}^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = v_{1f} + 3v_{2f} \\ v^2 = v_{1f}^2 + 3v_{2f}^2 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema nelle incognite v_{1f} e v_{2f}, si trova:

$$\begin{cases} v_{2f} = 0 \\ v_{1f} = v \end{cases} \vee \begin{cases} v_{2f} = \frac{v}{2} \\ v_{1f} = -\frac{v}{2} \end{cases}$$

La seconda soluzione è l'unica accettabile: la prima sfera torna indietro con velocità di modulo uguale alla metà della sua velocità iniziale; la seconda sfera si muove in avanti con velocità di modulo uguale alla metà della velocità iniziale della prima sfera.

b. Se l'urto è completamente anelastico, dopo l'urto le due sfere restano attaccate, formando un unico corpo di massa $4m$, che si muoverà con una velocità finale v'. In questo caso si conserva solamente la quantità di moto totale:

$$mv = 4mv'$$

Da questa equazione ricaviamo:

$$v' = \frac{v}{4}$$

Calcoliamo l'energia dissipata, come variazione dell'energia cinetica:

$$\Delta K = K' - K$$

L'energia cinetica iniziale è:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

L'energia cinetica finale è:

$$K' = \frac{1}{2} \cdot 4m \cdot v'^2 = \frac{1}{2} \cdot 4m \cdot \frac{v^2}{16} = \frac{1}{8}mv^2$$

L'energia dissipata è quindi:

$$\Delta K = K' - K = \frac{1}{8}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{3}{8}mv^2$$