**QUESITO 3**

a) Calcoliamo la probabilità che la prima pallina estratta sia quella con il numero $10$ come rapporto tra i casi favorevoli e i casi possibili e otteniamo $\frac{1}{16}$; analogamente la probabilità che venga estratta una pallina con un numero minore di $10$ è $\frac{9}{16}$.
La prima probabilità richiesta è pertanto:

$$P_1 = \frac{1}{16} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{9}{16} = \frac{81}{4096} \approx 1{,}98\%$$

b) *Primo metodo*. Possiamo calcolare la probabilità come rapporto tra i casi favorevoli, che sono tutte le cinquine che contengono il numero $13$ e i cui restanti quattro numeri sono minori di $13$, quindi $C_{12;4} = \binom{12}{4}$, e i casi possibili: $C_{16;5} = \binom{16}{5}$.
Si ottiene pertanto:

$$P_2 = \frac{C_{12;4}}{C_{16;5}} = \frac{12!}{4! \cdot 8!} \cdot \frac{5! \cdot 11!}{16!} \approx 11{,}3\%$$

*Secondo metodo.* La probabilità che la prima estratta sia quella con il numero $13$ è $\frac{1}{16}$, le probabilità che le successive estrazioni riportino un numero inferiore sono rispettivamente $\frac{12}{15}$, $\frac{11}{14}$, $\frac{10}{13}$ e $\frac{9}{12}$. Poiché le possibili posizioni di uscita del numero $13$ sono $5$, la probabilità richiesta è:

$$P_2 = 5 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{12}{15} \cdot \frac{11}{14} \cdot \frac{10}{13} \cdot \frac{9}{12} \approx 11{,}3\%$$